



ANÁLISE TEÓRICA DA CONVECÇÃO FORÇADA LAMINAR TRANSIENTE EM DESENVOLVIMENTO SIMULTÂNEO EM DUTOS CIRCULARES

Marinaldo J. Medeiros

Escola Técnica Federal de Sergipe -UNED- Lagarto, SE, Brasil

Carlos A. C. dos Santos

Universidade Federal da Paraíba -LES-DTM-CT- 58059-900- João Pessoa, PB, Brasil

Sadih Kakaç

Department of Mechanical Engineering - University of Miami - Coral Gables-Flórida, USA

Resumo. Neste trabalho, a convecção forçada laminar transiente no escoamento em desenvolvimento simultâneo com uma variação senoidal do perfil de temperatura de entrada é estudada analiticamente em dutos circulares. A técnica da transformada integral generalizada é usada para obtenção de uma solução híbrida analítico-numérica para a equação da energia, sujeita a uma condição de contorno do 5º tipo, a qual considera os efeitos da convecção externa e da capacitância térmica da parede. A análise periódica é desenvolvida utilizando dois problemas similares acoplados. Os resultados numéricos são comparados com outros trabalhos através de gráficos e tabelas dos perfis de velocidade e temperatura, e do número de Nusselt para dois números de Prandtl distintos.

Palavras-chave: Convecção Forçada Transiente, Técnica da Transformada Integral, Condição do 5º tipo, Função de Bessel.

1. INTRODUÇÃO

O estudo da convecção forçada transiente tem sido objeto de estudo de muitos pesquisadores, devido à sua grande importância prática na engenharia. O conhecimento de determinados parâmetros, tais como: número de Nusselt (NU) e temperatura média do fluido (T_{BULK}) é fundamental para o desenvolvimento, otimização e construção de trocadores de calor. A determinação do campo transiente permite a análise das respostas temporais de sistemas dinâmicos, pois a precisão acurada das respostas térmicas dos trocadores de calor é altamente importante, não somente para proporcionar um sistema de controle efetivo, como também, para evitar efeitos indesejáveis como: a redução da performance térmica ou até mesmo falha mecânica eventual. No estudo de escoamentos com o perfil hidrodinâmico desenvolvido existe uma vasta literatura compilada por Shah e London (1978). Sparrow e de Farias (1968) estudaram o problema de convecção forçada periódica, utilizando na entrada uma temperatura variando com o tempo e o espaço, levando a resolução de um problema complexo. Cotta et al (1987) utilizou a técnica da transformada integral para resolver

analiticamente o problema que envolve a variação periódica da temperatura, utilizando os efeitos da convecção externa e da capacitância térmica de parede. Kakaç, Ding e Li (1989) projetaram e construíram um aparato experimental para constatação das análises teóricas envolvendo a convecção forçada transiente com variação periódica da temperatura de entrada. Cheroto, Santos e Kakaç (1995) fizeram um estudo teórico da convecção forçada transiente utilizando as mesmas condições de Cotta et al (1987), sendo que o problema térmico foi separado em duas partes: real e imaginária. Já nos escoamentos com desenvolvimento simultâneo o número de trabalhos publicados é restrito. Campos Silva, Cotta e Aparecido (1990), resolveram a equação da energia através de uma linearização do problema de velocidade para condição de temperatura uniforme. Machado (1992), resolveu o problema de convecção forçada permanente com perfis de temperatura e velocidade uniformes. Guedes e Ozisik (1994), resolveram a equação do momentum utilizando a técnica da transformada integral e a equação da energia usando uma combinação da técnica da transformada integral generalizada com diferenças finitas para resolução do problema de convecção forçada transiente. Medeiros et al (1997), resolveu o problema de convecção forçada transiente em desenvolvimento para placas paralelas, utilizando uma variação periódica na temperatura de entrada e uma condição do 5º tipo, através da técnica da transformada integral generalizada.

No presente trabalho, a técnica da transformada integral generalizada é estendida para análise da convecção transiente laminar no escoamento em desenvolvimento simultâneo em dutos circulares submetido a uma condição do 5º tipo e a variações periódicas na entrada. O perfil de velocidade é resolvido no regime permanente, já o perfil de temperatura é solucionado no regime transiente. As variações periódicas levam a um campo de temperatura complexo, o qual é resolvido através de um problema auxiliar que envolve autovalores e autofunções, dividido em duas partes: real e imaginária, onde os autovalores são resolvidos através de uma subrotina do IMSL denominada de DZBREN, já o sistema de equações diferenciais ordinárias é resolvido pela subrotina DIVPAG.

2. FORMULAÇÃO

Trata-se de um problema de convecção forçada laminar e transiente em dutos circulares com escoamento em desenvolvimento térmico e hidrodinâmico simultâneo. O escoamento é submetido a uma variação periódica da temperatura de entrada, sujeito a uma condição de contorno do 5º tipo que considera os efeitos da convecção externa e os da capacitância térmica da parede. As propriedades físicas são assumidas constantes, sendo desprezados os efeitos da dissipação viscosa e convecção natural.

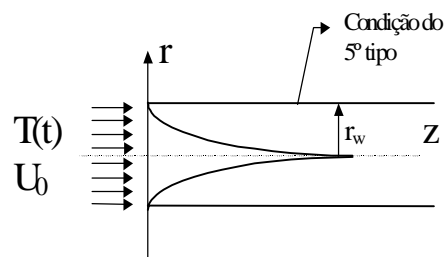


Figura 1 – Definição do problema

O problema é descrito matematicamente através das equações da continuidade, momentum e energia.

Continuidade:

Momentum:

Equação da Energia:

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} = 0 ; u \frac{\partial u}{\partial z} + v \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{dp}{dz} + \nu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial u}{\partial r} \right] ; \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial z} + v \frac{\partial T}{\partial r} = \alpha \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial T}{\partial r} \right] \quad (1.a-c)$$

As condições de contorno para a velocidade são dadas como:

$$\begin{aligned} u(0, r) = u & , & u(z, r_w) = 0 & , & \frac{\partial u(z, r)}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0 \\ v(0, r) = 0 & , & v(z, r_w) = 0 & , & v(z, 0) = 0 \end{aligned} \quad (2.a-f)$$

As condições de entrada e de contorno para a temperatura são tomadas como:

$$T(0, r, t) = T_\infty + \Delta T(y) e^{i\beta t} \quad h_e [T - T_\infty] + k \frac{\partial T}{\partial r} + (\rho c)_w l \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad \frac{\partial T(z, 0, t)}{\partial r} = 0 \quad (3.a-c)$$

Onde utiliza-se os seguintes parâmetros para adimensionalização do problema proposto:

$$\begin{aligned} R = \frac{r}{r_w} ; \quad Z = \frac{z}{r_w} ; \quad U = \frac{u}{u_0} ; \quad V = \frac{v}{u_0} ; \quad P^* = \frac{P}{\rho u_0} ; \quad \theta = \frac{T - T_\infty}{\Delta T_c} ; \\ \tau = \frac{\alpha t}{r_w^2} ; \quad \Omega = \beta \frac{r_w^2}{\alpha} ; \quad Re = \frac{u_0 r_w}{\nu} ; \quad Pe = Re Pr ; \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha} ; \quad a^* = \frac{(\rho c)_w r_w}{(\rho c)_f l} \end{aligned} \quad (4.a-m)$$

O problema proposto assume a forma adimensionalizada mostrada abaixo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial Z} + \frac{1}{R} \frac{\partial(RV)}{\partial R} = 0 ; \quad U \frac{\partial U}{\partial Z} + V \frac{\partial U}{\partial R} = -\frac{dP}{dZ} + \frac{1}{Re R} \frac{\partial}{\partial R} \left[R \frac{\partial U}{\partial R} \right] ; \\ \frac{1}{Pe} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial Z} + V \frac{\partial \theta}{\partial R} = \frac{1}{Pe R} \frac{\partial}{\partial R} \left[R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right] \end{aligned} \quad (5.a-c)$$

$$U(0, R) = 1 ; \quad \frac{\partial U(Z, 0)}{\partial R} = 0 ; \quad U(Z, 1) = 0 ; \quad V(0, R) = 0 ; \quad V(Z, 0) = 0 ; \quad V(Z, 1) = 0$$

$$\theta(0, R, \tau) = \Delta \theta(R) e^{i\beta \tau} ; \quad \frac{\partial \theta(Z, 0, \tau)}{\partial R} = 0 ; \quad Bi \theta(Z, 1, \tau) + \frac{\partial \theta(Z, 1, \tau)}{\partial R} + \frac{1}{a^*} \frac{\partial \theta(Z, 1, \tau)}{\partial \tau} = 0 \quad (5.d-m)$$

Para melhorar a performance computacional, na solução do campo de velocidade, o campo do escoamento completamente desenvolvido do escoamento é separado do potencial completo, na seguinte forma:

$$U(Z, R) = U^*(Z, R) + U_\infty(R) \quad U_\infty(R) = 2(1 - R^2) \quad (6.a-b)$$

Introduzindo as equações (6.a-b) nas equações da continuidade, momentum e energia, obtemos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U^*(Z, R)}{\partial Z} + \frac{1}{R} \frac{\partial (R V(Z, R))}{\partial R} = 0 ; (U^* + U_\infty) \frac{\partial U^*}{\partial Z} + V \left[\frac{\partial U}{\partial R} - 4R \right] = - \left[\frac{dP}{dZ} + \frac{8}{Re} \right] + \\ \frac{1}{Re R} \frac{\partial}{\partial R} \left[R \frac{\partial U^*}{\partial R} \right] ; \frac{1}{Pe} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + (U^* + U_\infty) \frac{\partial \theta}{\partial Z} + V \frac{\partial \theta}{\partial R} = \frac{1}{Pe R} \frac{\partial}{\partial R} \left[R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right] \end{aligned} \quad (7.a-c)$$

e nas condições de contorno e de entrada do campo de velocidade, obtemos:

$$U^*(0, R) = 1 - U_\infty(R) ; \quad \frac{\partial U^*(Z, 0)}{\partial R} = 0 ; \quad U^*(Z, 1) = 0 \quad (7.d-f)$$

Como só estamos interessados na solução periódica do problema para tempos longos, para tais casos , a solução pode ser assumida como:

$$\theta(Z, R, \tau) = \tilde{\theta}(Z, R) e^{i\Omega\tau} \quad (8)$$

Substituindo a equação (8) na equação da energia, obtemos:

$$(U^* + U_\infty) \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial Z} + V \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial R} = \frac{1}{Pe R} \frac{\partial}{\partial R} \left[R \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial R} \right] - i \frac{\Omega \tilde{\theta}}{Pe} \quad (9)$$

Como a equação (9) está em termos reais e imaginários , então para facilitar a solução da mesma, dividimos a equação num conjunto real e outro imaginário:

$$\tilde{\theta}(R, Z) = \theta_R(R, Z) + i \theta_I(R, Z) \quad (10)$$

Logo, a equação (9) se divide em duas partes real e imaginária:

$$(U^* + U_\infty) \frac{\partial \theta_R}{\partial Z} + V \frac{\partial \theta_R}{\partial R} = \frac{1}{Pe R} \frac{\partial}{\partial R} \left[R \frac{\partial \theta_R}{\partial R} \right] + i \frac{\Omega \theta_I}{Pe} \quad (11.a)$$

$$(U^* + U_\infty) \frac{\partial \theta_I}{\partial Z} + V \frac{\partial \theta_I}{\partial R} = \frac{1}{Pe R} \frac{\partial}{\partial R} \left[R \frac{\partial \theta_I}{\partial R} \right] - i \frac{\Omega \theta_R}{Pe} \quad (11.b)$$

com suas condições de contorno tornando-se:

$$\left. \frac{\partial \theta_R}{\partial R} \right|_{R=0} = 0 \quad \left. \frac{\partial \theta_I}{\partial R} \right|_{R=0} = 0 \quad (11.c-d)$$

$$Bi \theta_R(z, 1) + \left. \frac{\partial \theta_R}{\partial R} \right|_{R=1} - \frac{\Omega}{a} \theta_I(z, 1) = 0 ; Bi \theta_I(z, 1) + \left. \frac{\partial \theta_I}{\partial R} \right|_{R=1} + \frac{\Omega}{a} \theta_R(z, 1) = 0 \quad (11.c-f)$$

Como as equações da continuidade e do momentum são desacopladas da equação da energia, pode-se resolver o perfil de velocidade separadamente do campo de temperatura. Inicialmente, a equação da continuidade é integrada de R a 1, dando:

$$V(Z, R) = \frac{1}{R} \int_R^1 R' \frac{\partial U^*(Z, R')}{\partial R'} dR' \quad (12)$$

De maneira similar, a equação do momentum é integrada, para determinar o gradiente de pressão, chegando a:

$$\begin{aligned} -\frac{dP^*}{dZ} &= 4 \int_0^1 R(U^*(Z, R) + U_\infty(R)) \frac{\partial U^*(Z, R)}{\partial Z} dR - \frac{2}{Re} \frac{\partial U^*(R, 1)}{\partial Z} + \frac{8}{Re} \\ &- 2 \int_0^1 R U_\infty(R) \frac{\partial U^*(Z, R)}{\partial Z} dR - 4 \int_0^1 R^3 \frac{\partial U^*(Z, R)}{\partial Z} dR \end{aligned} \quad (13)$$

Considerando o problema auxiliar abaixo:

$$\frac{d}{dR} \left[R \frac{d\psi(\mu_i, R)}{dR} \right] + \mu_i^2 R \psi(\mu_i, R) = 0 \quad ; \quad \left. \frac{d\psi(\mu_i, R)}{dR} \right|_{R=0} = 0 \quad ; \quad \psi(\mu_i, 1) = 0 \quad (14.a-c)$$

Cujo os autovalores, autofunções e a norma são dadas, respectivamente por:

$$J_0(\mu_i) = 0 \quad ; \quad \psi(\mu_i, R) = J_0(\mu_i, R) \quad ; \quad N_i = \int_0^1 R \psi^2(\mu_i, R) dR \quad (14.d-f)$$

Um par de transformada integral é construído utilizando o problema auxiliar, definido como:

$$U^*(Z, R) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\psi(\mu_i, R)}{N_i^{1/2}} \overline{U_i^*(Z)} \quad \text{inversa} \quad ; \quad \overline{U_i^*(Z)} = \int_0^1 R \frac{\psi(\mu_i, R)}{N_i^{1/2}} U^*(Z, R) dR \quad \text{transformada} \quad (15.a-b)$$

Aplicando a inversa nas equações 12 e 13, e em seguida, substituindo as mesmas na equação 7.b, chegamos a:

$$\begin{aligned} &\sum_{k=1}^{\infty} \left[\sum_{j=1}^{\infty} \left(A_{ijk} + B_{ijk} - 4F_i(0) \right) \overline{U_j^*(Z)} + \left(Q_{ik} - F_i(0)(H_k - F_k) \right) \right] \frac{d\overline{U_k^*(Z)}}{dZ} \\ &= -\frac{1}{Re} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{2F_i(0)}{N_k^{1/2}} \frac{d\psi(\mu_k, 1)}{dR} + \delta_{ik} \mu_i^2 \right) \overline{U_k^*(Z)}, i = 1 \dots \infty \end{aligned} \quad (16)$$

Onde:

$$\begin{aligned}
A_{ijk} &= \frac{1}{N_i^{1/2} N_j^{1/2} N_k^{1/2}} \int_0^1 R \psi_i \psi_j \psi_k dR \quad ; \quad B_{ijk} = \frac{1}{N_i^{1/2} N_k^{1/2}} \int_0^1 \psi_i \frac{d\psi_k}{dR} F_j(R) dR \\
Q_{ik}^* &= \frac{1}{N_i^{1/2} N_k^{1/2}} \int_0^1 R \psi_i \psi_k U_\infty(R) dR \quad ; \quad S_{ik} = \frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 R \psi_i F_k(R) R dR \quad ; \quad Q_{ik} = Q_{ik}^* - 4 S_{ik} \\
F_i(0) &= \frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 R \psi(\mu_i, R) dR \quad ; \quad H_k = \frac{1}{N_k^{1/2}} \int_0^1 R U_\infty(R) \psi(\mu_k, R) dR
\end{aligned}
\tag{17.a-g}$$

O sistema dado pela equação(16) proporciona um conjunto infinito de equações diferenciais ordinárias para o campo de velocidade transformado, este por sua vez é truncado num número

N suficientemente grande e resolvido pela DIVPAG do IMSL. Para encontrar o campo de velocidade original aplica-se a inversa (15.a). Conhecendo a distribuição da velocidade, pode-se resolver a equação da energia seguindo a metodologia anterior. Considerando o seguinte problema auxiliar, o qual acrescentamos um subíndice para distinguir de real e imaginário, respectivamente:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dR} \left[R \frac{d\Gamma_{i,R}}{dR} \right] + \lambda_{i,R}^2 R \Gamma_{i,R} &= 0 \quad 0 < R < 1 \\
\frac{d\Gamma_{i,R}}{dR} \Big|_{R=0} = 0 \quad \frac{d\Gamma_{i,R}}{dR} + B\Gamma_{i,R} \Big|_{R=1} &= 0
\end{aligned}
\tag{18.a-c}$$

Conhecendo o problema auxiliar do campo de temperatura, podemos definir o par de transformada integral:

$$\begin{aligned}
\overline{\theta_{i,R}(Z)} &= \int_0^1 R \frac{\Gamma_{i,R}(\lambda_i, R)}{M_i^{1/2}} \theta_R(Z, R) dR \quad \text{transformada} \\
\theta_R(R, Z) &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\Gamma_{i,R}(\lambda_i, R)}{M_i^{1/2}} \overline{\theta_{i,R}(Z)} \quad \text{inversa} \\
M_i &= \int_0^1 R \Gamma_{i,R}^2(\lambda_i, R) dR \quad \text{norma}
\end{aligned}
\tag{19.a-c}$$

Multiplicando as equações (13.a) e (18.a) pelos operadores descritos abaixo, respectivamente: $\int_0^1 R \frac{\Gamma_{i,R}(\lambda_i, R)}{M_i^{1/2}} dR$ e $\frac{1}{Pe} \int_0^1 \frac{\theta_R(Z, R)}{M_{i,R}^{1/2}} dR$, e em seguida, somando as equações e rearrumando termo a termo, obtemos:

$$\sum_{j=1}^{\infty} \left(\sum_{k=1}^{\infty} A_{ijk}^* \overline{U_k + P_{ij}} \right) \frac{d\overline{\theta_{j,R}}}{dZ} = - \sum_{j=1}^{\infty} \left(\sum_{k=1}^{\infty} C_{ijk}^* \frac{d\overline{U_k}}{dZ} + \frac{\delta_{ij}}{Pe} \lambda_{i,R}^2 \right) \overline{\theta_{j,R}} + \frac{\Omega}{Pe} \sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{I_{ij}}{a^*} + \Pi_{ij} \right) \overline{\theta_{j,I}}
\tag{20.a}$$

$$\begin{aligned}
A_{ijk}^* &= \frac{1}{M_i^{1/2} M_j^{1/2} N_k^{1/2}} \int_0^1 R \Gamma_{i,R}(R) \Gamma_{j,R}(R) \psi_k dR & C_{ijk}^* &= \frac{1}{M_i^{1/2} M_j^{1/2}} \int_0^1 F_k(R) \Gamma_{i,R} \frac{d\Gamma_{j,R}}{dR} dR \\
P_{ij} &= 2 \left[\delta_{ij} - \frac{1}{M_i^{1/2} M_j^{1/2}} \int_0^1 R^3 \Gamma_{i,R} \Gamma_{j,R} dR \right] & ; \Pi_{ij} &= \frac{1}{M_i^{1/2} M_j^{1/2}} \int_0^1 R \Gamma_{i,R} \Gamma_{j,R} dR \\
I_{ij} &= \frac{1}{M_i^{1/2} M_j^{1/2}} \Gamma_{i,R}^{(1)} \Gamma_{j,R}^{(1)} \quad (1)
\end{aligned} \tag{20.b-f}$$

A parte imaginária pode ser obtida de maneira similar. De posse dos dois sistemas utiliza-se a DIVPAG para encontrar o campo de temperatura transformado, e a partir daí, pode-se determinar a temperatura média do fluido e o número de Nusselt local dados por:

$$\theta_{AV}(Z) = \frac{\int_0^1 R \theta(R, Z) U(R, Z) dR}{U_m} ; U_m(Z) = \frac{\int_0^1 R U(R, Z) dR}{\int_0^1 R dR} ; Nu(Z) = \frac{2 \frac{d\theta(1, Z)}{dR}}{\theta(1, Z) - \theta_{AV}(Z)} \tag{21.a-c}$$

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados foram obtidos com $Re=2000$, onde a coordenada longitudinal foi adimensionalizada na seguinte forma:

$$Z^+ = 10^3 \frac{Z}{D_h Re_h} \tag{22}$$

A tabela 1 mostra a convergência da velocidade longitudinal no centro do duto ($y=0$) em diversas posições ao longo do duto, para a forma de solução em variáveis primitivas. Verifica-se uma diferença razoavelmente grande, isto se deve ao fato talvez, que por se tratar de coordenadas cilíndricas, a continuidade seja mais afetada em relação a coordenadas retangulares.

A tabela 2 mostra a convergência da amplitude da temperatura média do fluido em diversas posições ao longo do duto, para a forma de solução em variáveis primitivas, usando para isto, $Re=2000$, $Pr=0.7$, $\Omega = 0$ (frequência de entrada), $Biot=10^{30}$ e a relação da capacidade térmica entre a parede e fluido como sendo igual a 10^{30} . Constata-se que a convergência foi obtida na terceira casa decimal, acredita-se que a utilização de um computador de maior porte melhore essa convergência, provavelmente este fato ocorreu porque as autofunções foram expressas como funções de Bessel.

Tabela 1 - Convergência da velocidade longitudinal no centro do duto usando variáveis primitivas.

Z^+	NC=10	NC=20	NC=30	NC=40	NC=50	Shah e London (1978)
.00050	1.1503	1.1433	1.1426	1.1424	1.1424	1.150
.00125	1.2205	1.2202	1.2204	1.2204	1.2204	1.227
.00250	1.3049	1.3063	1.3064	1.3064	1.3064	1.313
.00375	1.3710	1.3718	1.3716	1.3715	1.3714	1.378
.00500	1.4265	1.4266	1.4263	1.4261	1.4260	1.433
.00750	1.5193	1.5182	1.5176	1.5173	1.5170	1.524
.01000	1.5963	1.5942	1.5934	1.5929	1.5926	1.598
.01750	1.7621	1.7587	1.7575	1.7570	1.7566	1.756
.02250	1.8327	1.8292	1.8281	1.8276	1.8272	1.824
.06250	1.9890	1.9882	1.9879	1.9878	1.9877	1.986

Tabela 2 - Convergência da temperatura média do fluido.

Z^+	NC=10	NC=20	NC=30	NC=40	NC=50
.00050	0.9346	0.9277	0.9255	0.9249	0.9247
.00125	0.8853	0.8805	0.8796	0.8793	0.8792
.00250	0.8313	0.8282	0.8278	0.8277	0.8277
.00375	0.7902	0.7882	0.7880	0.7880	0.7881
.00500	0.7559	0.7546	0.7546	0.7547	0.7548
.00750	0.6986	0.6986	0.6988	0.6990	0.6992
.01000	0.6514	0.6519	0.6523	0.6526	0.6528
.01750	0.5401	0.5420	0.5428	0.5433	0.5436
.02250	0.4814	0.4839	0.4849	0.4855	0.4858
.06250	0.2042	0.2082	0.2096	0.2104	0.2108

As figuras 2 e 3 mostram a forma da curva do número de Nusselt local com a forma reproduzida por Shah e London (1978), para número de Prandtl grande e pequeno. Verifica-se que as curvas coincidem, com exceção do início. Acredita-se que esta diferença seja devido aos efeitos do perfil de entrada, talvez não foi levado em consideração por Shah e London (1978), ou até mesmo, pelo método utilizado por este.

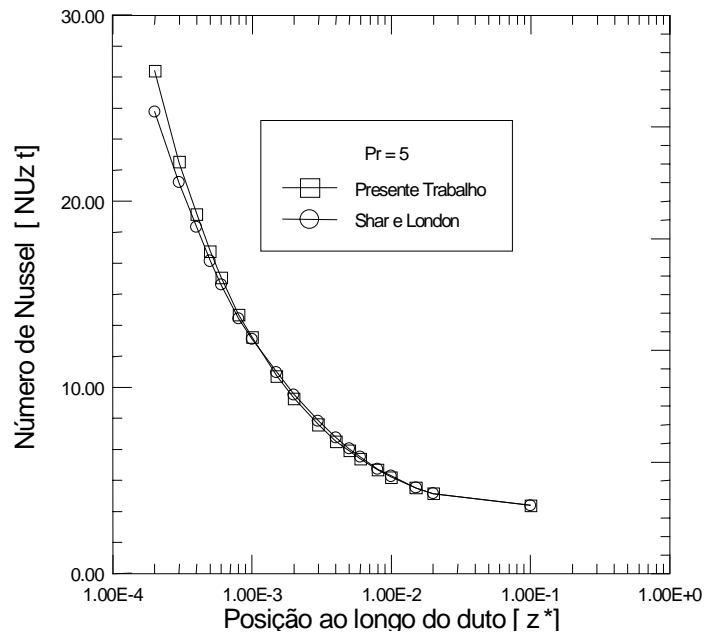


Figura 2 – Comparação do número de Nusselt local com Shah e London (1978), usando Pr=5.

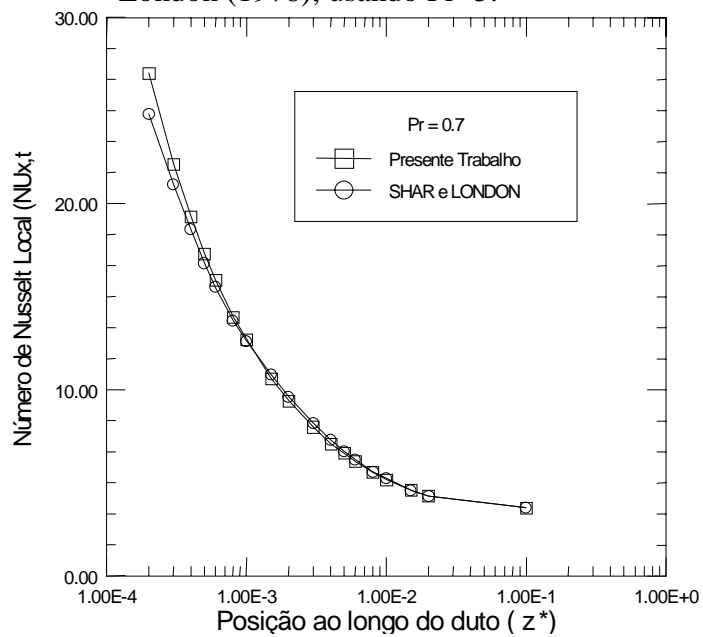


Figura 3 – Comparação do número de Nusselt local com Shah e London (1978), usando pr=0.7.

4. CONCLUSÃO

O problema proposto usando a técnica da transformada integral generalizada para obtenção do perfil de velocidade e temperatura, como também do número de Nusselt obteve uma boa performance em relação a outros trabalhos. Verificou-se a influência das autofunções em termos das funções de Bessel, para convergência dos resultados. Constatou-se que à

medida que Biot cresce, o decaimento exponencial da temperatura é maior, e que quando Biot tende a infinito, o número de Nusselt torna-se 3.66, característica do escoamento completamente desenvolvido.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Campos Silva, J.B.; 1990, "Técnica da Transformada Integral Generalizada no Desenvolvimento Simultâneo dos Perfis de Velocidade e Temperatura em Escoamento Laminar em Dutos de Geometria Simples", Tese de Mestrado, ITA .
- Cheroto,S.; 1995, "Theoretical Investigation of Unsteady Forced Convection In Parallel-Plate Channels for Thermally Developing Flow", Master Thesis, University of Miami, Coral Gables, FL,USA.
- Cotta, R.M., Mikhailov,M.D. e Özisik, M.N. ; 1987, "Transient Conjugated Forced Convection in Ducts With Periodically Varying Inlet Temperature", Int. J. Heat Mass Transfer, N 30, pp.2073-2082.
- Guedes R.O.C. e Ozisik M.N., 1991, "Transient Heat Transfer in Simultaneously Developing Channel Flow with Step Change in Inlet temperature", Int. J. Heat Mass Transfer, N 17 pp.2699-27062
- Kakaç, S., Ding,Y.,e Li, W.; 1989, "Experimental Investigation of Transient Laminar Forced Convection in Ducts", Elsevier Science.
- Machado, H.A., 1992, "Solução Híbrida Numérica-Analítica para as Equações de Camada Limite em Convecção Interna", COPPE, Rio de Janeiro.
- Medeiros, M.J., Santos C.A.C., Kakaç, S., & Cheroto,S ; 1997, Análise Teórica da Convecção Forçada Laminar Transiente em Desenvolvimento Simultâneo em Placas Paralelas, XIV COBEM, Bauru, SP BRASIL
- Shah, R. K. & London, A. L., 1978, Laminar Flow Forced Convection in Ducts, Supplement 1, Advances in Heat Transfer.
- Sparrow, E. M. & De Farias, F. N., 1968, Unsteady Heat Transfer in Ducts with Time-varying Inlet Temperature and participating Wall, Int. J. Heat Mass Transfer.

THEORETICAL ANALYSIS OF THE TRANSIENT LAMINAR FORCED CONVECTION FOR SIMULTANEOUS DEVELOPING FLOW IN CIRCULAR DUCTS

Abstract . In this paper, the transient laminar forced convection in simultaneously developing flow is analytically studied with the sinusoidal variation of the inlet temperature profile for circular ducts. The generalized integral transform technique is used to provide a hybrid analytical-numerical solution for the related energy equation subjected to a general boundary condition of the fifth kind, accounting for the effects of both external convection and wall heat capacitance. The periodic analysis is performed by using two coupled similar problems. The numerical results are compared with other works through graphics and tables for velocity and temperature profiles and Nusselt number for two different prandtl numbers.

Word-key: Transient Forced Convection Generalized Integral Transform Technique Fifth Kind Boundary Condition Bessel Function